

# Das toroidale schwachionisierte Magnetoplasma I

F. KARGER

Institut für Plasmaphysik, Garching bei München

(Z. Naturforsch. **22 a**, 1890—1904 [1967]; eingegangen am 20. Juli 1967)

In a previous paper<sup>31</sup> discrepancies between theory and experiment were found on investigating the positive column in a curved magnetic field. The approximation derived in<sup>31</sup> for the torus drift in a weakly ionized magnetoplasma is therefore checked here (Part I) with a refined theory which also yields the transverse electric field strength. Experimentally, both the transverse electric fields and the density profiles in the DC discharge were determined in addition to the longitudinal electric field strength.

The discrepancies occurring in<sup>31</sup> are ascribed to the fact that the plasma concentrates at the cathode end of the magnetic field coils, this effect having a considerable influence on the form of the transverse density profile and on the stability behaviour. Part II later will show how the influence of this concentration can be eliminated and what effect in the current-carrying toroidal plasma causes a marked reduction of the charge carrier losses.

## 1. Historisches, Voruntersuchungen, Problemstellung

### 1.1. Historischer Überblick

Nachdem man spätestens 1959 auf der zweiten Genfer Atomkonferenz der Vereinten Nationen erkannt hatte, daß sich die auf das Ziel der kontrollierten Kernverschmelzung gerichteten Anstrengungen der Plasmaphysik erst im Stadium der reinen Grundlagenforschung befinden, gewann in den letzten sieben Jahren die Herstellung und Untersuchung von Modellplasmen besonderes Interesse. Die Aufgabe der zu diesem Zweck konstruierten Plasmamaschinen ist nicht die Gewinnung möglichst hoher Temperaturen und Dichten, vielmehr sollen an ihnen theoretische Vorstellungen der Magnetohydrodynamik (vor allem über Gleichgewichts- und Stabilitätsprobleme) mit experimentellen Ergebnissen verglichen und dadurch das Verständnis der Ladungsträgerbewegungen in Plasmen vertieft werden, das zur Erreichung der technisch kontrollierten Fusion unbedingt nötig ist.

Im Rahmen der Experimente an Plasmamaschinen vom „Stellarator“-Typ im Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik in München hatte sich die Frage nach der genauen Struktur der Mechanismen ergeben, die in dem Modellplasma der positiven Säule einer Niederdruck-Gasentladung im toroidal gekrümmten Magnetfeld für die Ladungs-

trägerverluste verantwortlich sind. Die theoretische Behandlung dieser Frage ist durch zwei Schwierigkeiten gekennzeichnet. Einerseits muß im Gegensatz zu den zwei Komponenten des vollionisierten Plasmas die dritte Komponente (Neutralgas) in den magnetohydrodynamischen Gleichungen mit berücksichtigt werden. Zum anderen fallen die bei der zylinderförmigen positiven Säule im linearen Magnetfeld vorhandenen Symmetrien, die die mathematische Beschreibung weitgehend vereinfachen, bei toroidaler Krümmung der Entladung weg.

Plasmen, bei denen jeweils eine dieser Schwierigkeiten nicht auftritt, waren schon seit längerer Zeit Gegenstand intensiver Forschung, sowohl auf theoretischer<sup>1</sup> als auch auf experimenteller Seite<sup>2</sup>. So wurde die SCHOTTKYsche Diffusionstheorie<sup>3</sup> der zylindersymmetrischen positiven Säule eines schwachionisierten Plasmas durch Hinzunahme eines longitudinalen äußeren Magnetfeldes modifiziert. Man beobachtete dabei die vorausgesagte Abnahme der Ladungsträgerverluste in der stabilen positiven Säule mit steigender Magnetfeldstärke<sup>4</sup>. Von LEHNERT<sup>5,6</sup> wurden diese Untersuchungen auf höhere magnetische Feldstärken ausgedehnt und ein anomaler Anstieg der Verluste oberhalb einer kritischen magnetischen Feldstärke festgestellt. Diese Anomalie wurde in den folgenden Jahren eingehend studiert; mehrere Experimente<sup>7–9</sup> unterstützten eine Theorie von KADOMTSEV et al.<sup>10</sup>, die das Phänomen

<sup>1</sup> V. E. GOLANT, Soviet Phys. Usp. **79**, 161 [1963].

<sup>2</sup> F. BOESCHOTEN, Plasma Phys. (J. Nucl. Energy, Part C) **6**, 339 [1964].

<sup>3</sup> I. V. SCHOTTKY, Phys. Z. **25**, 635 [1924].

<sup>4</sup> R. J. BICKERTON u. A. v. ENGEL, Proc. Phys. Soc., London B **69**, 468 [1956].

<sup>5</sup> B. LEHNERT, Proc. 2. Intern. Conf. Peaceful Use Atomic Energy **32**, 349 (U.N., Geneva, 1958).

<sup>6</sup> F. C. HOH u. B. LEHNERT, Phys. Fluids **3**, 600 [1960].

<sup>7</sup> T. K. ALLEN, G. A. PAULIKAS u. R. V. PYLE, UCRL-Rep. 9110 [1960].

<sup>8</sup> G. A. PAULIKAS u. R. V. PYLE, Phys. Fluids **5**, 348 [1962].

<sup>9</sup> K. H. WÖHLER, Z. Naturforsch. **17a**, 937 [1962].

<sup>10</sup> B. B. KADOMTSEV u. A. V. NEDOSPASOV, J. Nucl. Energy, Part C: Plasma Phys. **1**, 230 [1960].



als konvektive helische Instabilität erklärt (im weiteren als K-Instabilität bezeichnet)<sup>11</sup>. Spätere Arbeiten<sup>12–22</sup> verfeinerten und vervollständigten das Bild der K-Instabilität.

Im Gegensatz zu dem stationären zylindersymmetrischen Plasma der stabilen positiven Säule befindet sich das Plasma im *toroidalen* Magnetfeld nicht im Gleichgewicht mit den Magnetfeldlinien, sondern driftet nach außen. GROSSMANN-DOERTH et al.<sup>23–24</sup> beobachteten optisch diese Bewegung eines *starkionisierten* Niederdruckplasmas im toroidalen Magnetfeld. In<sup>25</sup> ist eine Zusammenstellung der theoretischen Vorstellungen gegeben, die über diese Drift existieren. Daneben wurden Zerfallszeitmessungen an toroidalen Plasmen und deren theoretische Beschreibung ausgeführt<sup>26–28</sup> und die Dynamik und Polarisation von Plasmoiden untersucht, die sich in einem toroidalen Magnetfeld be wegen<sup>29–30</sup>.

Das stationäre *schwachionisierte* Plasma der positiven Säule im *toroidalen* Magnetfeld wurde erstmals in der Apparatur „AMBIPOL I“<sup>31</sup> untersucht, wobei verschiedene Diskrepanzen zur Theorie festgestellt wurden, sowohl bezüglich der Verlustraten als auch im Stabilitätsverhalten. Mit Hilfe der Apparatur AMBIPOL II/III, die in der vorliegenden Arbeit (Teil I und II) beschrieben wird, konnten sämtliche Paradoxien geklärt und ein Effekt gefunden werden, der zu starker Reduzierung von Ladungsträgerverlusten führt. Alle experimentellen Ergebnisse stehen in zufriedenstellender Übereinstimmung mit einer gegenüber<sup>31</sup> erheblich verfeinerten Theorie, die ebenfalls Bestandteil dieser Arbeit ist.

- <sup>11</sup> F. KARGER, Seminar Fragen Plasmaphysik, MPI Phys. Astrophys. [4-1963].
- <sup>12</sup> F. C. HOH, Phys. Fluids **5**, 22 [1962].
- <sup>13</sup> R. R. JOHNSON u. D. A. JERDE, Phys. Fluids **5**, 988 [1962].
- <sup>14</sup> H. S. ROBERTSON, Plasma Phys. Bull., Univ. Miami, **1** [1964].
- <sup>15</sup> R. R. JOHNSON u. D. A. JERDE, Phys. Fluids **7**, 103 [1964].
- <sup>16</sup> H. F. RUGGE u. R. V. PYLE, Phys. Fluids **7**, 754 [1964] (ausführlich in: UCRL-Rep. 10698 [1963]).
- <sup>17</sup> O. HOLTER u. R. R. JOHNSON, Phys. Fluids **8**, 333 [1965].
- <sup>18</sup> S. ITOH, M. KAWAGUCHI u. K. YAMAMOTO, J. Appl. Phys. **36**, 754 [1965].
- <sup>19</sup> R. R. JOHNSON, Boeing-Rep. D1-82-0439 [1965].
- <sup>20</sup> D. A. HUCHITAL u. E. H. HOLT, Phys. Rev. Letters **16**, 677 [1966].
- <sup>21</sup> D. A. MCPHERSON, Phys. Fluids **9**, 1373 [1966].
- <sup>22</sup> K. ADATI, Y. IIDA, T. SEKIGUCHI u. N. YAMADA, Phys. Fluids **9**, 1464 [1966].

## 1.2. Qualitatives Bild der Verlustmechanismen

Eine Synthese der Vorstellungen, die in den beiden geschilderten Richtungen entwickelt wurden — stark ionisiertes nicht stationäres Plasma im toroidalen Magnetfeld einerseits und schwach ionisiertes Plasma der stationären zylindersymmetrischen positiven Säule andererseits —, ist der Ausgangspunkt für eine qualitative Beantwortung der oben gestellten Frage nach den Verlustmechanismen im schwachionisierten toroidalen Magnetoplasma.

In der Apparatur AMBIPOL I<sup>31</sup>, deren wichtigste Daten in Tab. 1 zusammengefaßt sind, wurde die positive Säule einer Gasentladung zusammen mit dem überlagerten longitudinalen Magnetfeld in eine lineare (**L**) und eine toroidale (**T**) Strecke gleicher Länge aufgeteilt (Abb. 1), damit die Verlustmecha-

Innerer Rohrradius	$a = 2.6 \text{ cm}$
Krümmungsradius der Torusseele	$A = 35 \text{ cm}$
Länge von <b>T</b> bzw. <b>L</b>	je $l = 110 \text{ cm}$
Entladungsstrom	$J = 0 \dots 2 \text{ A}$
Entladungsspannung	$U = 0 \dots 3 \text{ kV}$
Feldstärke des äußeren	
Magnetfeldes	$B = 0 \dots 4 \text{ kG}$
Neutralgasdruck	$p = 10^{-2} \dots 1 \text{ Torr}$
Ladungsträgerdichte	$n \approx 10^9 \dots 10^{10} \text{ cm}^{-3}$
Ionisationsgrad	$\chi \approx 10^{-7} \dots 10^{-4}$
Elektronentemperatur	$T_e \approx 4 \dots 6 \text{ eV}$
IonenTemperatur	$T_i \approx 0.1 \text{ eV}$
Verwendete Füllgase	$\text{H}_2, \text{D}_2, \text{He}, \text{Ne}, \text{Ar}, \text{Xe}$

Tab. 1.

nismen in beiden Teilen direkt miteinander verglichen werden können. Auf Grund der Ergebnisse der Untersuchungen an der zylindersymmetrischen positiven Säule und an toroidalen stark ionisierten Plasmen werden wir im wesentlichen folgende drei Verlustmechanismen erwarten:

- <sup>23</sup> U. GROSSMANN-DOERTH, W. LOTZ, F. RAU, E. REMY u. G. WOLF, MPI-PA-9/63 (2. Aufl. 1964).
- <sup>24</sup> W. LOTZ, F. RAU, E. REMY u. G. WOLF, MPI-PA-10/64 [1964].
- <sup>25</sup> P. C. T. VAN DER LAAN, Plasma Phys. (J. Nucl. Energy, Part C) **6**, 559 [1964].
- <sup>26</sup> V. E. GOLANT, O. B. DANILOV u. A. P. ZHILINSKII, Soviet Phys.-Tech. Phys. **8**, 778 [1964].
- <sup>27</sup> O. D. OLSON u. H. M. SKARSGARD, Canad. J. Phys. **43**, 855 [1965].
- <sup>28</sup> O. D. OLSON u. H. M. SKARSGARD, Plasma Phys. (J. Nucl. Energy, Part C) **7**, 591 [1965].
- <sup>29</sup> D. M. WETSTONE u. M. P. EHRLICH, Phys. Fluids **3**, 617 [1960].
- <sup>30</sup> V. S. VOITSENYA, A. G. GORBANYUK, I. N. ONISHCHENKO, V. V. SHKODA u. B. G. SAFRANOV, Soviet Phys.-Tech. Phys. **10**, 1032 [1966].
- <sup>31</sup> F. KARGER, Z. Naturforsch. **22a**, 1039 [1967].

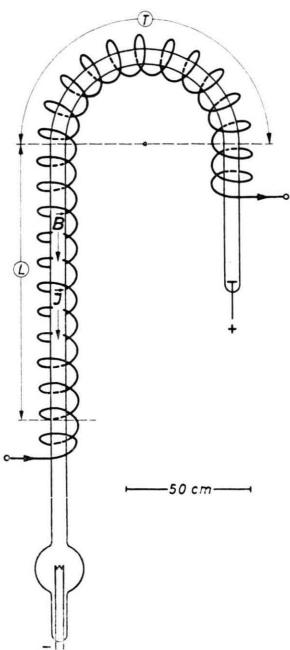


Abb. 1. Schema von AMBIPOL I.

1. In der stabilen positiven Säule im linearen Teil (**L**) ist es der schon lange bekannte Mechanismus einer *ambipolaren Diffusion*, die durch ein Gefälle der radialem Ladungsträgerdichte nach außen hervorgerufen wird. Die Ladungsträger werden innerhalb des Plasmas durch Stoßionisation erzeugt und diffundieren dann zur Wand, wo sie rekombinieren und wo ihre Dichte sehr klein ist. Volumenrekombination ist vernachlässigbar; die Dissipation der Teilchen ist nur durch Stöße mit den Neutralgasatomen bestimmt (Abb. 2a). Da Elektronen und Ionen wegen ihrer unterschiedlichen Massen verschieden schnell diffundieren würden, die Randbedingungen der Entladung (isolierende Wände) aber ambipolare Diffusion verlangen, baut sich ein radiales elektrisches Feld auf, das die makroskopischen Radialgeschwindigkeiten der beiden geladenen Plasmakomponenten gleich macht. Wird nun ein Magnetfeld **B** parallel zum Entladungsstrom **J**

angelegt, so vermindert dieses auf Grund der Gyrbewegung der Teilchen deren Diffusion nach außen (Abb. 2b). Die Verluste werden also mit steigender Magnetfeldstärke abnehmen, wie es in Abb. 2c angedeutet ist.

2. Im toroidalen Teil **T** wird dieser Diffusionsmechanismus im wesentlichen der gleiche sein. Zusätzlich treten jedoch noch Verluste durch die *Torusdrift* auf. Die qualitative Erklärung hierfür in der makroskopischen Beschreibung lautet, daß das Plasma durch die Differenz in den magnetischen Drucken an der Innenseite und der Außenseite des Torus in das Gebiet mit schwächerem Magnetfeld gedrückt wird. Im Einzelteilchenbild kann man sich die Erzeugung dieser Drift auf folgendem Wege veranschaulichen: Infolge des Magnetfeldgradienten  $\nabla B$  driften die Ladungsträger mit verschiedenen Vorzeichen in entgegengesetzte Richtungen senkrecht zur Torusebene (Abb. 3a). Da die Wände nichtleitend sind, baut diese Drift ein elektrisches Raumladungsfeld **E<sub>ρ</sub>** senkrecht zur Torusebene auf, das zusammen mit dem magnetischen Feld **B** eine ambipolare  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}/B^2$ -Drift der Ladungsträger nach außen — antiparallel zum Magnetfeldgradienten — erzeugt (Abb. 3b). Die daraus resultierenden Verluste werden für  $B=0$  verschwinden (das Bild der  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}/B^2$ -Drift ist dann nicht mehr anwendbar) und in einer aus diesem qualitativen Bild nicht näher angebbaren Weise mit der magnetischen Feldstärke ansteigen (Abb. 3c). In **T** wird man demnach in erster Näherung die Überlagerung der Verluste aus der Torusdrift (Abb. 3c) und der ambipolaren Diffusion (Abb. 2c) erwarten, solange die Entladung stabil ist.

3. Daß die positive Säule für genügend hohe Magnetfeldstärken nicht mehr stabil sein kann, läßt sich aus einem stark vereinfachten Bild des Entladungskanals ersehen. Wir gehen aus von einer zufälligen schraubenförmigen Störung des Kanals (Abb. 4a). Ist kein äußeres Magnetfeld vorhanden, so wird jede eintretende Störung des Kanals, d. h.

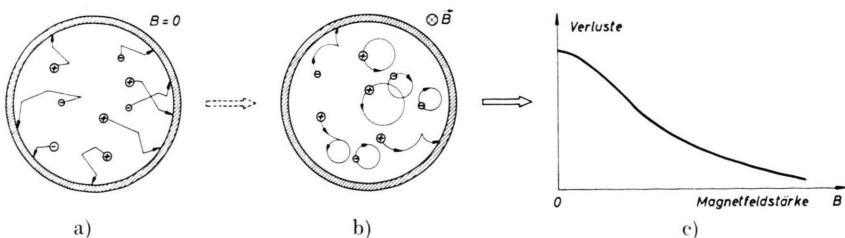


Abb. 2. Verluste durch ambipolare Diffusion im linearen Magnetfeld (schematisch)

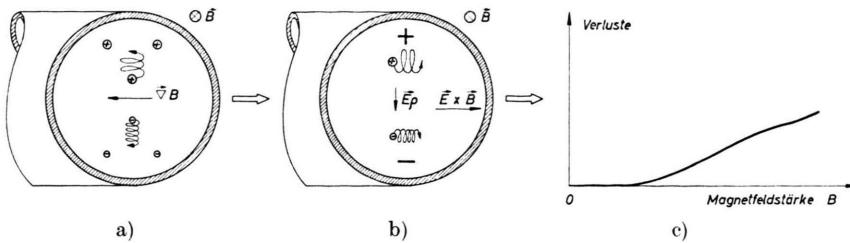


Abb. 3. Torusdriftverluste im gekrümmten Magnetfeld  
(schematisch)

jede seitliche Verschiebung der transversalen LadungsträgerdichteVerteilung zurückgebildet, da sich die Diffusionsrate zur Wand entsprechend der Änderung des radialen Dichtegradienten vergrößert bzw. verkleinert. Bei Anwesenheit eines äußeren longitudinalen Magnetfeldes  $\mathbf{B}$  kann jedoch die Azimutalkomponente  $\mathbf{J}_\varphi$  des gestörten Stromes eine  $\mathbf{J}_\varphi \times \mathbf{B}$ -Kraft nach außen ergeben, falls beispielsweise bei einer rechtsgängigen Schraube das Magnetfeld  $\mathbf{B}$  und der Hauptstrom  $\mathbf{J}_z$  gleichsinnig parallel sind. Da jedoch die Rate der ambipolaren Diffusion mit steigendem Magnetfeld sinkt (vgl. Punkt 1), kann bei genügend hohen magnetischen Feldstärken die stabilisierende Wirkung der Diffusion die  $\mathbf{J}_\varphi \times \mathbf{B}$ -Kraft nicht mehr kompensieren, der Entladungskanal wird an die Rohrwand gedrängt, und es entsteht eine turbulente Entladung. Die Verluste werden also sowohl in **L** als auch in **T** bei bestimmten kritischen Magnetfeldstärken  $B_c$  infolge dieser *K-Instabilität* sprunghaft ansteigen (Abb. 4 b). Der instantane Anstieg der Verluste stellt ein Analogon dar zur Erhöhung des Strömungswiderstands in einer Rohrströmung bei Einsetzen hydrodynamischer Turbulenz.

Unsere Aufgabe ist es nun, die in diesen Plausibilitätsbetrachtungen geschilderten Verlustmechanismen im einzelnen zu studieren, d. h. zu untersuchen, wie ihre Abhängigkeit von den verschiedenen Plasmaparametern ist, in welcher Stärke sie jeweils vorherrschen, wie sie sich zusammensetzen und welche Wechselwirkung sie aufeinander ausüben.

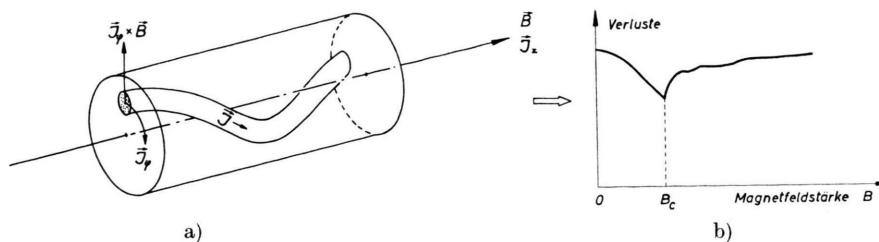


Abb. 4. Verluste durch K-  
Instabilität (schematisch)

### 1.3. Ergebnisse der Voruntersuchungen und Problemstellung

In den Untersuchungen an AMBIPOL I<sup>31</sup> (Abb. 1) hatten wir das Verhalten der Verluste einer stationären Gleichstrom-Entladung in **L** und **T** studiert. Für verschiedene Füllgase, verschiedene Gasdrücke und Entladungsstromwerte wurde hierzu der

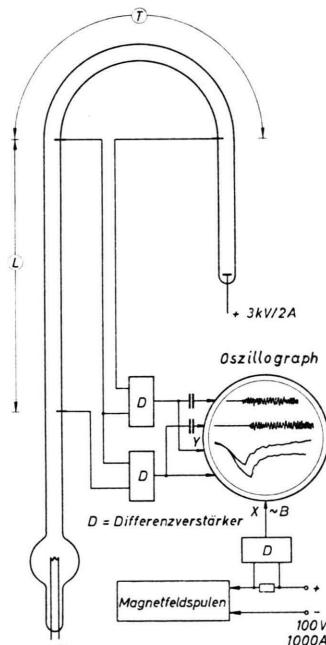


Abb. 5. Messung der longitudinalen elektrischen Feldstärken und Rauschamplituden an AMBIPOL I  
(schematisch)

Gang der longitudinalen elektrischen Feldstärke in den beiden Entladungsteilen mit der Feldstärke des angelegten Magnetfeldes bei konstantem Entladungsstrom mittels eines Oszillographen aufgezeichnet. Die longitudinale elektrische Feldstärke, die mit Hilfe von Differenzspannungsmessung zwischen je zwei Zylindersonden registriert wurde (Abb. 5), ist bei konstantem Entladungsstrom der pro Längeneinheit eingespeisten Leistung proportional, welche über die Energiebilanz der positiven Säule ein Maß für die Verluste darstellt. Die außerdem noch registrierte Wechselspannungsamplitude zwischen je zwei Sonden lässt den Einsatzpunkt von Instabilitäten auf Grund erhöhten Rauschens erkennen. Ein typisches Beispiel der Messungen ist in Abb. 6 gezeigt.

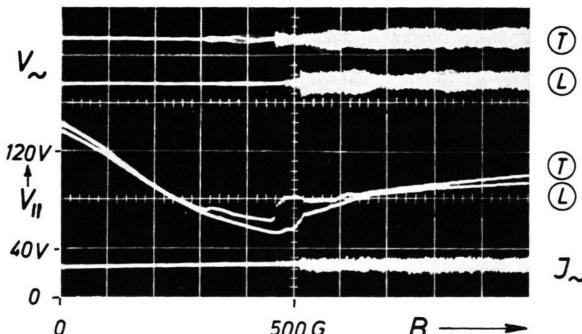


Abb. 6. Aufzeichnung der longitudinalen elektrischen Feldstärken ( $\sim V_{\parallel}$ ) und Rauschamplituden ( $V_{\sim}$ ) in Abhängigkeit von der Magnetfeldstärke  $B$  (He,  $p = 10^{-1}$  Torr,  $J = 1$  A).

Die wichtigsten Ergebnisse dieser Voruntersuchungen sind (vgl. auch Abb. 6):

- Die longitudinale elektrische Feldstärke im toroidalen Teil liegt für genügend hohe magnetische Feldstärken *über* der im linearen Teil, was man qualitativ auf Grund der Torusdrift auch erwarten würde; jedoch übersteigt sie bei weitem die theoretisch berechnete Grenze.
- Die kritische magnetische Feldstärke für den Einsatz der K-Instabilität im toroidalen Teil liegt *unter* der im linearen Teil, obwohl man für den toroidalen Teil mit seinen höheren Verlusten ein stabileres Verhalten, d.h. eine höhere kritische magnetische Feldstärke, erwarten würde (man kann sich diese theoretische Erwartung plausibel machen, wenn man bedenkt, daß jede Energie, die aus dem

System abfließt, derjenigen Energie, die in die Störbewegung strömen kann, entzogen wird und daher zur Stabilisierung des Systems beiträgt).

In <sup>31</sup> wurden für diese Diskrepanzen zwischen Theorie und Experiment verschiedene Erklärungsmöglichkeiten diskutiert und bis auf die drei folgenden ausgeschieden:

1. Unzulässige Näherungen bei der Berechnung der Verluste im toroidalen Teil der Entladung.
2. Verwendung zu kleiner Werte für die Ladungsträgerbeweglichkeiten.
3. Kontinuierliche Änderung eines Plasmaparameters auf der Strecke zwischen Kathode und Anode.

Auf Grund dieser zur Verfügung stehenden Auswahl von Antworten können wir zur Entscheidung unsere eingangs gestellte Frage dahingehend präzisieren:

Sind die in <sup>31</sup> gemachten Annahmen bei der Berechnung der Torusverluste zulässig? Wenn ja, welche Ursachen sind dann verantwortlich für die in <sup>31</sup> festgestellten Paradoxien bezüglich der longitudinalen elektrischen Feldstärke und der kritischen magnetischen Feldstärke im toroidalen Teil?

Erst wenn diese Fragen geklärt sind, können Effekte der toroidalen Krümmung auf die K-Instabilität und den turbulenten Zustand der positiven Säule untersucht werden.

## 2. Die stabile positive Säule im Gleichstrombetrieb

### 2.1. Transversale elektrische Felder

Die erste der zuletzt gestellten Fragen können wir dadurch beantworten, daß wir die in <sup>31</sup> abgeleitete Theorie verfeinern und schrittweise testen. In <sup>31</sup> wurde der Ausdruck für die Torusdrift aus der Theorie für das starkionisierte Plasma <sup>25</sup> übernommen und mit Termen modifiziert, die die „Reibung“ des Plasmas am Neutralgas berücksichtigen. Für eine genaue Analyse der Torusdrift im schwachionisierten Plasma müssen wir jedoch das in 1.2 (Punkt 2) qualitativ beschriebene elektrische Transversalfeld berechnen, das die Torusdrift erzeugt.

Aus den MAXWELLSchen Transportgleichungen <sup>32</sup>, <sup>33</sup> erhält man im Falle eines Dreikomponentenplas-

<sup>32</sup> J. L. DELCROIX, Physique des Plasmas, Bd. 1, DUNOD, Paris 1963.

<sup>33</sup> G. ECKER, Gas Discharge Theory, Teoria dei Plasmi (25. Corso Sc. Intern. Fis. Fermi, Varenna) [1964.]

mas für die Ladungs- und Massenbilanz:

$$\partial n_\lambda / \partial t + \nabla \cdot (n_\lambda \mathbf{v}_\lambda) = (\xi_\lambda - \eta_\lambda) n_\lambda \quad (1)$$

und für die Impulsbilanz:

$$\begin{aligned} m_\lambda (d/dt)(n_\lambda \mathbf{v}_\lambda) &= n_\lambda q_\lambda (\mathbf{E} + \mathbf{v}_\lambda \times \mathbf{B}) - \nabla p_\lambda \\ &\quad - \sum_\mu [v_{\lambda\mu}(\mathbf{v}_\lambda - \mathbf{v}_\mu)]/[1/m_\lambda n_\mu] \quad (2) \\ &\quad + 1/m_\mu n_\lambda, \quad (\text{vgl. auch } 34, 35) \end{aligned}$$

wobei die Indizes  $\lambda$  und  $\mu$  die jeweilige Plasmakomponente bezeichnen, deren Dichte  $n_\lambda$ , deren hydrostatischer Druck  $p_\lambda$  und deren makroskopische Geschwindigkeiten  $\mathbf{v}_\lambda$  seien.  $m_\lambda$  bedeute die Masse des betreffenden Teilchens und  $q_\lambda$  dessen Ladung; die mittleren Ionisations- und Rekombinationsraten pro Teilchen sind durch  $\xi_\lambda$  bzw.  $\eta_\lambda$  und die mittleren Stoßfrequenzen durch  $v_{\lambda\mu}$  dargestellt; die übrigen Symbole haben ihre konventionelle Bedeutung.

In den Gln. (1) und (2) wurden folgende Annahmen gemacht:

1. Die thermischen Geschwindigkeiten der Komponenten seien groß gegen ihre Schwerpunktsgeschwindigkeiten  $\mathbf{v}_\lambda$ .

2. Die innere Reibung der geladenen Komponenten sei klein gegen ihre äußere Reibung, so daß die außerdiagonalen Glieder des Druckterms vernachlässigt werden können; gegen  $p_\lambda$  sei außerdem der Strahlungsdruck vernachlässigbar.

3. Als äußere Kräfte seien nur die elektromagnetischen berücksichtigt.

4. Die Impulsübertragung zwischen den einzelnen Komponenten sei proportional zu den betreffenden Geschwindigkeitsdifferenzen und durch eine mittlere Stoßfrequenz  $v_{\lambda\mu}$  beschreibbar.

Für das schwachionierte Plasma der positiven Säule gilt außerdem ebenfalls in guter Näherung:

5. Das Plasma bestehe ausschließlich aus Elektronen ( $q_\lambda = -e$ ) mit der Dichte  $n_e$ , einfach geladenen Ionen ( $q_\lambda = +e$ ) mit der Dichte  $n_i$  und Neutralgaspartikeln der gleichen Sorte mit der Dichte  $n_n$ .

6. Das Plasma sei quasineutral, d.h. es sei  $|n_i - n_e| \ll n_i \approx n_e = n$ . Diese Annahme ist gerechtfertigt, da die DEBYE-Länge  $l_{D\lambda} = \sqrt{k T_\lambda / 4\pi n_\lambda e^2 c^2}$  ( $T_\lambda$  = Temperatur der Komponente  $\lambda$ ), die ein Maß für die mögliche Entmischung der beiden geladenen

<sup>34</sup> A. SCHLÜTER, Z. Naturforschg. **6a**, 73 [1951].

<sup>35</sup> D. R. WILKINS u. E. P. GYFTOPoulos, J. Appl. Phys. **37**, 3533 [1966].

Plasmakomponenten auf Grund der thermischen Bewegung ist, in AMBIPOL unter 1 mm liegt. Merkliche Abweichungen von der Quasineutralität sind deshalb nur für die Randgebiete zu erwarten, deren Beschreibung mit der folgenden Theorie nicht beabsichtigt ist (eine geschlossene Lösung selbst des zylindersymmetrischen Problems, die am Rande keine Singularitäten aufweist, ist nicht möglich (vgl. <sup>36</sup>)).

7. Die betrachteten makroskopischen Bewegungen der Plasmakomponenten seien so langsam, daß alle Relaxationen nur durch Diffusion bestimmt sind und Trägheitsglieder in den Bewegungsgleichungen nicht berücksichtigt zu werden brauchen ( $\partial/\partial t \ll v$ ).

8. Die Thermodiffusion kann wegen  $\nabla T_\lambda / T_\lambda \ll \nabla p_\lambda / p_\lambda$  gegenüber der Druckdiffusion vernachlässigt werden; außerdem ist angenommen, daß sich die einzelnen Plasmakomponenten als ideale Gase beschreiben lassen. Das 2. Glied in (2) (rechte Seite) vereinfacht sich dann zu  $\nabla p_\lambda \rightarrow k T_\lambda \nabla n$ .

9. Der Ionisationsgrad  $\chi = n/n_n$  ist kleiner als  $10^{-4}$  (Tab. 1), so daß COULOMB-Stöße im Vergleich zu Stößen mit Neutralgasatomen nicht berücksichtigt zu werden brauchen.

10. Die Schwerpunktsgeschwindigkeit  $v_n$  des Neutralgases (maximal 15 cm/s in AMBIPOL auf Grund der Neutralgasdurchströmung) ist klein gegen die der geladenen Komponenten, so daß  $v_n = 0$  gesetzt werden kann und die Bewegungsgleichung der neutralen Komponente wegfällt.

11. Wegen der genügend hohen Elektronentemperatur und der geringen Ladungsträgerdichte in der positiven Säule finden Rekombinationsprozesse in sehr guter Näherung nur auf den Gefäßwänden statt. Die Volumenrekombinationsrate  $\eta_\lambda$  in (1) kann demnach vernachlässigt werden. Die Ionisation sei ausschließlich durch die Rate der pro Elektron im Mittel pro Sekunde erzeugten Ionenpaare  $\xi_\lambda = \xi$  bestimmt.

Mit diesen Vereinfachungen ergeben sich aus (1) die Kontinuitätsgleichungen:

$$\partial n / \partial t + \nabla \cdot (n \mathbf{v}_i) = \xi n, \quad (3)$$

$$\partial n / \partial t + \nabla \cdot (n \mathbf{v}_e) = \xi n \quad (4)$$

<sup>36</sup> I. M. COHEN u. M. D. KRUSKAL, Phys. Fluids **8**, 920 [1965].

und aus (2) die Bewegungsgleichungen:

$$\begin{aligned} m_i(\mathbf{v}_i \nabla)(n \mathbf{v}_i) &= e n (\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}) \\ &- k T_i \nabla n - v_i m_i n \mathbf{v}_i, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} m_e(\mathbf{v}_e \nabla)(n \mathbf{v}_e) &= -e n (\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) \\ &- k T_e \nabla n - v_e m_e n \mathbf{v}_e. \end{aligned} \quad (6)$$

Das Magnetfeld des Entladungsstromes ist für die uns interessierende Gasentladung vernachlässigbar. In den in Abb. 7 gezeigten Koordinaten  $r, \varphi, z$  hat das äußere longitudinale Magnetfeld  $\mathbf{B}$  die Komponenten: 0, 0,  $B_0(1 + (r/A) \sin \varphi)$ , wobei  $B_0$  die Feldstärke auf der Seele des Torus sei.

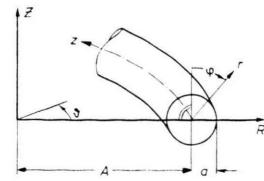


Abb. 7. Koordinatensysteme  $r, \varphi, z$  und  $R, \Theta, Z$ .

Kombinieren wir die beiden Vektorgleichungen (5) und (6) mit den entsprechenden Divergenzrelationen (3) und (4), so erhalten wir unter Verwendung des erwähnten Koordinatensystems (in dem  $B = B_z$ ) das folgende nicht hermitesche System von zwei partiellen Differentialgleichungen vom elliptischen Typ, die simultan gelöst werden müssen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{A+r \sin \varphi} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r(A+r \sin \varphi) \frac{n}{1+y_i^2} \left[ -\frac{1}{B} \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \varphi} - \frac{b_i}{y_i^2} \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{D_i}{y_i n} \frac{1}{r} \frac{\partial n}{\partial \varphi} - \frac{D_i}{y_i^2 n} \frac{\partial n}{\partial r} + \frac{v_{iz}^2}{\omega_i A} \right. \right. \\ \left. \left. \left( \cos \varphi + \frac{1}{y_i} \sin \varphi \right) \right] \right\} + \frac{1}{A+r \sin \varphi} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ (A+r \sin \varphi) \frac{n}{1+y_i^2} \left[ \frac{1}{B} \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{b_i}{y_i^2} \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \varphi} + \frac{D_i}{y_i n} \frac{\partial n}{\partial r} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{D_i}{y_i^2 n} \frac{1}{r} \frac{\partial n}{\partial \varphi} + \frac{v_{iz}^2}{\omega_i A} \left( -\sin \varphi + \frac{1}{y_i} \cos \varphi \right) \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial z} (n v_{iz}) = \xi n, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{A+r \sin \varphi} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r(A+r \sin \varphi) \frac{n}{1+y_e^2} \left[ -\frac{1}{B} \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \varphi} + \frac{b_e}{y_e^2} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{D_e}{y_e n} \frac{1}{r} \frac{\partial n}{\partial \varphi} - \frac{D_e}{y_e^2 n} \frac{\partial n}{\partial r} - \frac{v_{ez}^2}{\omega_e A} \right. \right. \\ \left. \left. \left( \cos \varphi - \frac{1}{y_e} \sin \varphi \right) \right] \right\} + \frac{1}{A+r \sin \varphi} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ (A+r \sin \varphi) \frac{n}{1+y_e^2} \left[ \frac{1}{B} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{b_e}{y_e^2} \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \varphi} - \frac{D_e}{y_e n} \frac{\partial n}{\partial r} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{D_e}{y_e^2 n} \frac{1}{r} \frac{\partial n}{\partial \varphi} - \frac{v_{ez}^2}{\omega_e A} \left( -\sin \varphi - \frac{1}{y_e} \cos \varphi \right) \right] \right\} + \frac{\partial}{\partial z} (n v_{ez}) = \xi n. \end{aligned} \quad (8)$$

Hierbei sind  $D_i = k T_i / m_i v_i$ ,  $D_e = k T_e / m_e v_e$  die Diffusionskoeffizienten,  $b_i = e / m_i v_i$ ,  $b_e = e / m_e v_e$  die Beweglichkeiten und

$$y_i = \omega_i / v_i = b_i B, \quad y_e = \omega_e / v_e = b_e B$$

die Verhältnisse der Gyrationfrequenzen

$$\omega_i = e B / m_i, \quad \omega_e = e B / m_e$$

zu den Stoßfrequenzen für Ionen bzw. Elektronen (die  $y$  hängen über  $B$  von  $r$  und  $\varphi$  ab!).

Da wir nur langsame Veränderungen betrachten (Näherung 7), haben wir das elektrische Feld als Gradient eines Potentials ( $\mathbf{E} = -\nabla V$ ) geschrieben. Außerdem haben wir von der Näherung  $a \ll A$  Gebrauch gemacht, indem wir von den Konvektionstermen  $m_i(\mathbf{v}_i \nabla)(n \mathbf{v}_i)$  und  $m_e(\mathbf{v}_e \nabla)(n \mathbf{v}_e)$  nur den Zentrifugaleffekt der makroskopischen Geschwindigkeiten in  $z$ -Richtung berücksichtigt haben.

Die Gln. (7) und (8) stellen ein nichtlineares Eigenwertproblem für die Funktionen  $n$  und  $V$  mit dem Eigenwert  $\xi$  dar. Die Randbedingungen lauten: Verschwindende Dichte am Rand ( $n(r=a)=0$ ) und dielektrische Wände ( $n v_{er}(r=a) = n v_{ir}(r=a)$ ).

Da die longitudinalen Abmessungen der Entladung und der Magnetfeldspulen groß gegen ihre transversalen sind (vgl. Abb. 1), können wir Endeffekte vernachlässigen, indem wir den Beitrag der Divergenz in  $z$ -Richtung nicht berücksichtigen; wir nehmen damit an, daß das Problem unabhängig ist bezüglich Translationen in  $z$ -Richtung und 2-dimensionalem beschreibbar.

Als Test für unser Gleichungssystem können wir  $A \rightarrow \infty$  gehen lassen und (7) von (8) subtrahieren. Wir erhalten dann den bekannten Zusammenhang zwischen radialem Dichtevektor und radialem elektrischen Feldstärke bei ambipolarer Diffusion im zylindersymmetrischen Fall; er lautet, allgemein geschrieben:

$$\mathbf{E}_a = \frac{D_i/(1+y_i^2) - D_e/(1+y_e^2)}{b_i/(1+y_i^2) + b_e/(1+y_e^2)} \frac{1}{n} \nabla n. \quad (9)$$

Durch Elimination von  $V$  in (7) und (8) ergibt sich die bekannte eindimensionale Diffusionsgleichung für die zylindersymmetrische positive Säule

$(A \rightarrow \infty)$ :

$$D_{a\perp} \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) n + \xi_L n = 0 \quad (10)$$

mit der Lösung

$$n = n_0 J_0(r/A_0) \text{ und } \xi_L = D_{a\perp}/A_0^2 \text{ (vgl. 31).} \quad (11)$$

Hierbei ist

$$D_{a\perp} = \frac{[b_e/(1+y_e^2)][D_i/(1+y_i^2)] + [b_i/(1+y_i^2)][D_e/(1+y_e^2)]}{b_e/(1+y_e^2) + b_i/(1+y_i^2)} = \frac{k(T_i + T_e)}{m_i v_i (1+y_i^2) + m_e v_e (1+y_e^2)} \quad (12)$$

der Koeffizient für ambipolare Diffusion senkrecht zum Magnetfeld  $\mathbf{B}$ ,  $\xi_L$  die Ionisationsrate für die lineare positive Säule,  $n_0$  die Dichte auf der Entladungssachse,  $J_0$  die BESSEL-Funktion nullter Ordnung und  $A_0 = a/\gamma_0$  mit  $\gamma_0$  als erster Nullstelle von  $J_0$ .

Der eben geschilderte Lösungsweg ist für (7) und (8) mit endlichem  $A$  nicht möglich, da  $V$  nicht explizit durch  $n$  dargestellt werden kann. Eine numerische Lösung der beiden Gleichungen ist schwierig. Um doch eine überschaubare analytische Lösung zu erhalten, haben wir folgende Transformationen benutzt (vgl. auch 26).

Wir führen in (7) und (8) das ebenfalls in Abb. 7 gezeigte Koordinatensystem  $R = A + r \sin \varphi$ ,  $\Theta = z/A$ ,  $Z = r \cos \varphi$  ein; dieses System ist zwar dem Rand der Entladung ( $r = a$ ) nicht mehr so gut angepaßt, dafür nimmt aber das Magnetfeld eine bequemere Form an. Ferner spalten wir vom elektrischen Feld  $\mathbf{E} = -\nabla V$  den von der ambipolaren Diffusion herrührenden Teil (9) ab, indem wir schreiben:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_a + \mathbf{E}^*. \quad (13)$$

Setzen wir (13) in die im System  $R, \Theta, Z$  geschriebenen Gl. (7) und (8) ein und eliminieren wir  $\xi$  und  $n$ , so erhalten wir nach längerer Rechnung als eine spezielle Lösung für  $\mathbf{E}^*$ , die mit den Randbedingungen verträglich ist (in den folgenden Ausdrücken ist die  $R$ -Abhängigkeit von  $y_i$  und  $y_e$  wegen  $A \gg a$  vernachlässigt):

$$E_Z^* = - \frac{2k[T_e\{y_i y_e^5 (1+y_i^2)^2 - 2[1+y_e^2(1+3y_i^2)]\} + T_i y_i y_e (1+y_e^2)^2 (1+y_i^2)^2] (1+y_i^2) y_i y_e^5 \left( y_i + \frac{1}{y_e} \right)}{e A \{1+y_e^2[1+y_i y_e (1+y_i^2)]\}^2 (1+y_e^2)[(1+y_i y_e)^2 + y_e^2]} - \frac{(v_{iz}^2/v_i)(1+y_i^2)(1+y_e^2) + (v_{ez}^2/v_e)y_i y_e (1+y_i^2)}{A b_i [(1+y_i y_e)^2 + y_e^2]}, \quad (14)$$

$$E_R^* = - \frac{2k[T_e\{y_i y_e^5 (1+y_i^2)^2 - 2[1+y_e^2(1+3y_i^2)]\} + T_i y_i y_e (1+y_e^2)^2 (1+y_i^2)^2] (1+y_i^2) y_i y_e^5}{e A \{1+y_e^2[1+y_i y_e (1+y_i^2)]\}^2 (1+y_e^2)[(1+y_i y_e)^2 + y_e^2]} - \frac{(v_{iz}^2/v_i)(1+y_e^2) - (v_{ez}^2/v_e)(1+y_i^2)(1+y_e^2)}{A b_i [(1+y_i y_e)^2 + y_e^2]}. \quad (15)$$

Bei der Berechnung von (14) und (15) wurde von den Ungleichungen Gebrauch gemacht, die aus der geringen Elektronenmasse im Vergleich zur Ionenmasse resultieren (vgl. Tab. 1 in 9):

$$T_i \ll T_e, \text{ daraus folgt: } D_i \ll D_e; \quad (16)$$

$$b_i \ll b_e, \text{ daraus folgt: } y_i \ll y_e, b_e y_i^2 \ll b_i y_e^2, D_e y_i^3 \ll D_i y_e^3 \text{ und } D_e y_i^4 \ll D_i y_e^4. \quad (17)$$

Ist die Gyrosfrequenz der Elektronen groß gegen ihre Stoßfrequenz, so erhalten wir für die Komponenten von  $\mathbf{E}$  (vgl. 9):

$$E_Z = E_{az} + E_Z^* = \frac{k}{e} \frac{T_i y_i y_e - T_e (1+y_i^2)}{1+y_i y_e} \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial Z} - \frac{2k T_e}{e A} \frac{y_i + 1/y_e}{[1 + \{y_i y_e (1+y_i^2)\}^{-1}]^2} - \frac{Q_{iz} + Q_{ez}}{e A} y_i, \quad (18)$$

$$E_R = E_{ar} + E_R^* = \frac{k}{e} \frac{T_i y_i y_e - T_e (1+y_i^2)}{1+y_i y_e} \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial R} + \frac{2k T_e}{e A} \frac{1}{[1 + \{y_i y_e (1+y_i^2)\}^{-1}]^2} + \frac{Q_{ez}}{e A}, \quad (19)$$

wobei  $Q_{iz}$ ,  $Q_{ez}$  die Energien der makroskopischen Bewegung parallel zum Magnetfeld für Ionen bzw. Elektronen sind.  $Q_{iz}$  und  $Q_{ez}$ , die die Zentrifugaleffekte des Entladungsstromes repräsentieren, liegen etwa in der gleichen Größenordnung und werden nur für niedrige Drucke ( $p < 2 \cdot 10^{-2}$  Torr) mit  $k T_e$  vergleichbar. Sie wirken dann wie eine geringe Erhöhung von  $k T_e$ ; wir werden sie jeweils bei den asymptotischen Ausdrücken ( $y_i y_e \gg 1$ ) vernachlässigen.

Für höhere Magnetfeldstärken, bei denen  $y_i y_e \gg 1$  ist, vereinfachen sich (18) und (19) zu:

$$E_Z = E_{aZ} + E_Z^* = \frac{k}{e} \left[ T_i - \frac{T_e}{y_e} \left( \frac{1}{y_i} + y_i \right) \right] \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial Z} - \frac{2kT_e}{eA} y_i ; \quad (20)$$

$(y_i y_e \gg 1)$

$$E_R = E_{aR} + E_R^* = \frac{k}{e} \left[ T_i - \frac{T_e}{y_e} \left( \frac{1}{y_i} + y_i \right) \right] \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial R} + \frac{2kT_e}{eA} . \quad (21)$$

Wir sehen, daß  $E_Z^*$ , das für die Torusdrift verantwortlich ist, für höhere Magnetfeldstärken proportional zu  $-B$  wird, d.h., wenn das Magnetfeld in positive  $z$ - bzw.  $\theta$ -Richtung weist, zeigt der Vektor  $E_Z^*$  in negative  $Z$ -Richtung nach unten, wie auch in Abb. 3 gezeigt ist; bei Umpolung von  $\mathbf{B}$  kehrt sich das Vorzeichen von  $E_Z^*$  um.  $E_R^*$ , das durch die „Abbremsung“ des in  $R$ -Richtung driftenden Plasmas am Neutralgas entsteht, erreicht dagegen für höhere Magnetfeldstärken asymptotisch einen konstanten Wert und bleibt positiv bei Umkehrung von  $\mathbf{B}$ . Diese Ergebnisse haben wir experimentell getestet.

Dazu wurde die Apparatur AMBIPOL I durch Ansetzen von 4 radial beweglichen, drehbaren ebenen Sonden ( $\varnothing$  des Löffels jeweils 2 mm) umgebaut (AMBIPOL II, Abb. 8). Die Magnetfeldspulen wurden bei den Sondendurchführungen durch Anbringen von variablen Korrekturspulen so modifiziert, daß die Abweichungen des Magnetfeldes von der toroidalen Symmetrie sowohl longitudinal als auch transversal innerhalb der Entladungsrohre unter 2,5% lagen. Da der experimentell festgestellte Unterschied zwischen Differenzen im Plasmapotential und im Floating-Potential für Bereiche, die mehr als 5 mm von der Wand entfernt lagen, kleiner als 10% war, wurde in den im folgenden beschriebenen Messungen das Floating-Potential, auf das sich die stromlose Sonde auflädt, registriert.

Das in Abb. 8 gezeigte Meßschema konnte auf alle 4 Sonden umgeschaltet werden: Jeweils eine Sonde,

die etwa 1,5 cm von der Mitte des Entladungsrohres entfernt war, diente als Potentialbezugspunkt, während eine orthogonal dazu stehende bewegt wurde und das Potentialprofil aufnahm. Dadurch, daß die Sonden von entgegengesetzten Seiten in die Entladung eingeführt werden konnten und sich ihre Bereiche überdeckten, war es möglich, durch lineare Entzerrung der Profile die systematischen Fehler der Sondenmessung (vgl. 37) weitgehend auszuschalten.

Abb. 9 zeigt einige Beispiele der gemessenen Potentialprofile in  $R$ - und  $Z$ -Richtung für Helium,  $3 \cdot 10^{-2}$  Torr. Das Profil in  $Z$ -Richtung nimmt für  $B=0$  die durch (9) und (11) bestimmte symmetrische Form an. Für höhere Magnetfelder bekommt das Profil in der Rohrmitte eine Neigung nach der Richtung, die von dem Term  $E_Z^*$  in Gl. (20) vorausgesagt wird und die sich beim Umpolen von  $\mathbf{B}$  umkehrt, während die Neigung des Potentialprofils in  $R$ -Richtung gemäß  $E_R^*$  in Gl. (21) immer das gleiche Vorzeichen behält.

Allerdings liegen die aus den Potentialprofilen abgelesenen  $E_Z$ -Werte bei höheren Magnetfeldstärken (400 G) etwa um einen Faktor 2 ... 3 über den aus Gl. (20) berechneten  $E_Z^*$ -Werten. Außerdem ist die Neigung des Potentialprofils in  $Z$ -Richtung beim Umpolen von  $\mathbf{B}$  nicht genau antisymmetrisch. Die letztere Diskrepanz kann von der Möglichkeit herröhren, daß bei kleinen Abweichungen von der Orthogonalität zwischen Sondenführung und longitudinalen elektrischen Feld ein Bruchteil desselben,

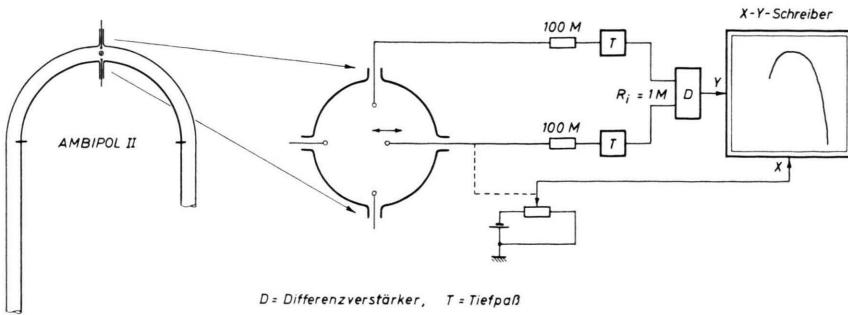


Abb. 8. Messung des Potentialprofils an AMBIPOL II.

<sup>37</sup> G. ECKER u. J. MCCLURE, Ann. Phys. Leipzig (7) **15**, 69 [1965].

das größer als die transversalen Felder ist, mitgemessen wird und dadurch das Ergebnis verfälscht.

Auf alle Fälle kann jetzt schon festgestellt werden, daß die Messungen der die Torusdrift erzeugenden elektrischen Transversalfelder in besserer Übereinstimmung mit der Theorie stehen als die Messungen der Verluste in AMBIPOL I. Der Faktor 2 ... 3 bei  $E_Z$  ist nicht verwunderlich; denn erstens ist bei 400 G die positive Säule nicht mehr stabil, so daß wir die Gültigkeit der berechneten Felder im turbulenten Plasma nicht ohne weiteres voraussetzen können, und ferner haben wir bis jetzt nur  $E_Z^*$  und nicht die Größe des durch die ambipolare Diffusion erzeugten Feldes  $E_{aZ}$  berücksichtigt. Um diesen Anteil des Feldes und die Ladungsträgerverluste zu erhalten, die sich auf Grund der Torusdrift einstellen, müssen wir das transversale Dichteprofil in  $\mathbf{T}$  berechnen.

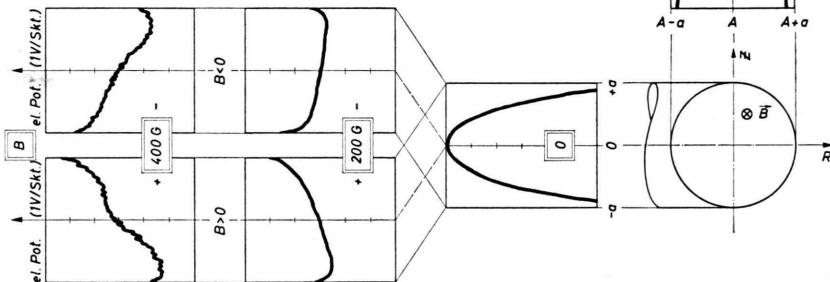


Abb. 9. Gemessene Potentialprofile (He,  $p = 3 \cdot 10^{-2}$  Torr,  $J = 0,3$  A).

## 2.2. Transversales Ladungsträgerdichteprofil (stabile p. S., Gleichstrom)

Wenn wir die in (18, 19) gefundene Potentialverteilung in die für das Koordinatensystem  $R, \Theta, Z$  umgeschriebene Gl. (8) einsetzen, wobei wir wegen der Stationarität der Entladung das Glied  $\partial n / \partial t$  weglassen, so erhalten wir nach längerer elementarer Rechnung die folgende homogene partielle Differentialgleichung für die Dichteverteilung  $n(R, Z)$ :

$$F_1 \left\{ \frac{\partial^2 n}{\partial R^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial Z^2} \right\} + F_2 \frac{\partial n}{\partial R} + F_3 \frac{\partial n}{\partial Z} + \xi_1 n = 0 \quad (22)$$

mit  $F_1 = \frac{k T_e b_i}{e(1 + y_i y_e)}$   $\approx \frac{k T_e b_e}{e y_e^2},$   $(y_i y_e \gg 1)$  (23)

$$F_2 = - \frac{1}{A} \frac{b_i}{e} \left\{ \frac{k T_e (2 y_i^2 y_e^2 - 3 y_i y_e - 1)}{(1 + y_i y_e)^2} + 2(Q_{iz} + Q_{ez}) \right\} \approx - \frac{2 k T_e b_i}{e A}, \quad (24)$$

$$(y_i y_e \gg 1)$$

$$F_3 = \frac{2}{A} \frac{b_i}{e} \left\{ \frac{k(T_i y_i y_e^2 - 2 T_e y_i^2 y_e - T_e y_i)}{(1 + y_i y_e)^2} - \frac{Q_{iz} + Q_{ez}}{y_e} \right\} \approx - \frac{2 k T_i b_i}{e A y_i}. \quad (25)$$

$$(T_i b_e \gg T_e b_i)$$

In (22) wurde wegen  $A \gg a$  das Glied  $F_1 \frac{1}{R} \frac{\partial n}{\partial R}$  vernachlässigt.  $\xi_I$ , die Ionisationsrate in der toroidalen Entladung, bildet den Eigenwert der Gl. (22).

Der Ansatz

$$n = \sum_{l,m} n_{lm} f_{lm}(R, Z) e^{\alpha_l(R-A)} e^{\beta_m Z} \quad (26)$$

ist mit den Randbedingungen ( $n = 0$  und  $n v_{ir} = n v_{er}$  für  $r = a$ ) verträglich, wenn  $f_{lm}$  die Dichtemoden des zylindersymmetrischen Problems sind. Sie sind Eigenfunktionen der Gleichung

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \right\} f + \frac{1}{A^2} f = 0, \quad (27)$$

die — bis auf die Koordinatentransformation — identisch mit Gl. (10) ist und die Dichteverteilung in der zylindersymmetrischen positiven Säule definiert. In diesem Fall ist nur die Grundmode  $f_0$  eine physikalisch realisierbare Lösung von (27) (vgl.<sup>38</sup>). Wir verwenden deshalb von der Summe in (26) nur das erste Glied ( $l = m = 0$ ) und erhalten beim Einsetzen von (26) in (22) unter Berücksichtigung der Randbedingungen:

$$\alpha_0 = -F_2/2F_1 \quad \text{und} \quad \beta_0 = -F_3/2F_1. \quad (28, 29)$$

Gl. (26) lautet auf Grund von (11), (28) und (29) in den Toruskoordinaten  $r, \varphi, z$ :

$$n(r, \varphi) = n_0 J_0 \left( \frac{r}{A_0} \right) e^{\alpha_0 r \sin \varphi + \beta_0 r \cos \varphi}. \quad (30)$$

Für höhere Magnetfeldstärken ( $y_i y_e \gg 1$ ) nimmt die Dichteverteilung auf den transversalen Achsen der Entladung folgende Form an:

$$\begin{aligned} n(Z=0, R) &= n_0 J_0 \left( \frac{|R-A|}{A_0} \right) \exp \left\{ -\frac{F_2}{2F_1} (R-A) \right\} \\ &\approx n_0 J_0 \left( \frac{|R-A|}{A_0} \right) \exp \left\{ y_i y_e \frac{R-A}{A} \right\}, \\ (y_i y_e \gg 1) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} n(R=A, Z) &= n_0 J_0 \left( \frac{|Z|}{A_0} \right) \exp \left\{ -\frac{F_3}{2F_1} z \right\} \\ &\approx n_0 J_0 \left( \frac{|Z|}{A_0} \right) \exp \left\{ -y_e \frac{T_i}{T_e} \frac{Z}{A} \right\} \\ (y_i y_e \gg 1) \end{aligned} \quad (32)$$

Wir sehen, daß eine Verschiebung des ursprünglichen Dichteprofils ( $J_0(r/A_0)$ ) sowohl in  $R$ -Rich-

tung als auch in  $Z$ -Richtung stattfindet. Die Verschiebung in  $Z$ -Richtung ist im Exponenten proportional zu  $B$  und damit vom Vorzeichen des Magnetfeldes abhängig, während die Verschiebung in  $R$ -Richtung, die aus der Torusdrift resultiert, quadratisch in  $B$  ist und damit nur in positive  $R$ -Richtung weist.

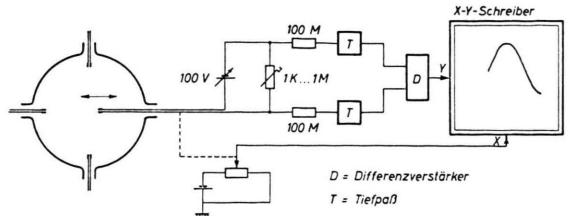


Abb. 10. Messung des Dichteprofils.

Zum Test dieses theoretischen Ergebnisses wurde mit der in Abb. 10 skizzierten Anordnung unter Verwendung von ebenen Doppelsonden (vgl.<sup>39</sup>) das Dichteprofil durch Registrierung des Ionenstromes aufgezeichnet. Wie im Falle der Potentialprofilmessung konnte auch hier linear entzerrt werden. Der Absolutwert der Dichte wurde in der Mitte des Entladungsrohres nach der in<sup>31</sup> beschriebenen Methode durch Aufnahme der Elektronenstromcharakteristik einer Einzelsonde bestimmt. Die Sonden wurden jeweils so gedreht, daß die longitudinalen magnetischen und elektrischen Felder den geringsten Fehler verursachten (vgl.<sup>40, 41</sup>).

Ein Beispiel der gemessenen Dichteprofile ist in Abb. 11 gezeigt. Die endliche Dichte am Rand bei der stabilen positiven Säule ist durch den endlichen Durchmesser der Sondenführungskanäle verursacht; in der instabilen positiven Säule (400 G) wird die endliche Randdichte schon von der Theorie gefordert. Wir interessieren uns jedoch nicht für die Randbreite, sondern nur für das Plasmainternere. Man erkennt, daß die Dichteversetzung in  $Z$ -Richtung mit der Magnetfeldstärke ansteigt und bei Umpolung von  $\mathbf{B}$  ihr Vorzeichen wechselt, wie es von Gl. (32) vorausgesagt wird. In  $R$ -Richtung läßt sich jedoch die von Gl. (31) geforderte starke Verlagerung des Dichteprofils nach außen nicht erkennen; vielmehr ist sogar — für  $B < B_c$  — eine kleine Versetzung nach innen zu beobachten.

<sup>38</sup> D. R. WHITEHOUSE u. H. B. WOLLMANN, Phys. Fluids **6**, 1470 [1963].

<sup>39</sup> E. O. JOHNSON u. L. MALTER, Phys. Rev. **80**, 58 [1950].

<sup>40</sup> S. MIYOSHI, S. SHIOBARA u. Y. SAKAMOTO, Proc. 7. Intern. Conf. Phenom. Ionis. Gases (Beograd 1965), **3** [1966].

<sup>41</sup> T. DOTE, H. AMEMIYA u. T. ICHIMIYA, J. Appl. Phys. Japan, **3**, 789 [1964].

Bevor wir diese Diskrepanz zwischen Theorie und Experiment klären können, müssen wir uns überlegen, was diese Dichteversetzungen für die Ladungsträgerverluste bedeuten.

### 2.3. Ladungsträgerverluste (stabile p.S., Gleichstrom)

Wegen der Stationarität der Entladung müssen die pro Zeiteinheit am Rande verloren gegangenen Ladungsträger stets durch Stoßionisation im Volumen wieder ersetzt werden. Die Ionisationsrate  $\xi_T$  in Gl. (22) ist deshalb ein Maß für die Verluste im toroidalen Teil. Wir erhalten  $\xi_T$ , wenn wir das Dichteprofil (31) und (32) in die ursprüngliche Differentialgleichung (22) einsetzen. Es ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} \xi_T &= F_1/A_0^2 + F_2^2/4F_1 + F_3^2/4F_1 \\ &(y_i y_e \gg 1) \\ &\approx \frac{k T_e b_i}{e} \left\{ \frac{1}{A_0^2} \frac{1}{y_i y_e} + \frac{y_i y_e}{A^2} + \frac{T_i^2}{T_e^2} \frac{b_e}{b_i} \frac{1}{A^2} \right\}. \quad (33) \end{aligned}$$

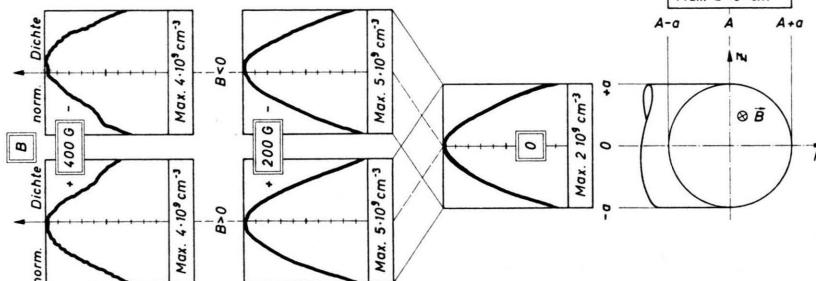


Abb. 11. Gemessene Dichteprofile (He,  $p = 3 \cdot 10^{-2}$  Torr,  $J = 0.3$  A).

Diese Ionisationsrate ist für  $y_i y_e \gg 1$  bis auf den 3. Term identisch mit der in Gl. (30) in <sup>31</sup>. Dort hatten wir  $\xi_T$  — wie eingangs erwähnt — mit Hilfe eines „Reibungs“-Bildes errechnet; dieses Verfahren wird demnach — abgesehen vom 3. Term in Gl. (33) — in der asymptotischen Näherung hoher Magnetfelder durch Gl. (33) bestätigt.

Der 1. Term in (33) geht mit  $1/B^2$  und beschreibt die Verluste, die auf Grund der ambipolaren Diffusion ohne Torusdrift, also im zylindersymmetrischen Fall, entstehen; er ist die asymptotische Form von  $\xi_L$  in Gl. (11). Wie wir aus Gl. (31) ersehen, gibt der 2. Term die Verluste wieder, die durch die Dichteversetzung in  $R$ -Richtung entstehen, während der 3. Term durch die Versetzung in  $Z$ -Richtung erzeugt wird; dieser Term konnte natürlich in dem vereinfachten „Reibungs“-Bild von <sup>31</sup> nicht enthalten sein.

Die Verluste pro Längeneinheit der toroidalen Entladung errechnen sich durch Integration von

$\xi \cdot n$  über den Querschnitt. Dasselbe Ergebnis erhalten wir nach dem Gaußschen Satz auch, wenn wir die Normalkomponente des ambipolaren Teilchenflusses  $n v_r(r=a)$  über den Rand integrieren. Da  $n v_r(r=a) = -D_{a\perp} \frac{\partial n}{\partial r}(r=a)$  ist, erhöhen sich demnach die Verluste mit steigendem Dichtegradienten am Rand. Man erkennt daraus, daß etwa der mit  $B^2$  ansteigende 2. Term nicht direkt die Verluste wiedergibt, die auf Grund der konstanten Torusdrift  $w_R = -F_2$  (unabhängig von  $B$ ) entstehen. Vielmehr erzeugt die Torusdrift eine Dichteversetzung in  $R$ -Richtung, die um so stärker ist, je weniger die ambipolare Diffusion zur Geltung kommt, die das Dichteprofil zu symmetrisieren sucht (vgl. Einleitung 1.2, Punkt 3). Die Versetzung in  $R$ -Richtung ihrerseits erzeugt höhere Dichtegradienten am Rand und damit Verluste, die mit  $B^2$  ansteigen, da der ambipolare Diffusionskoeffizient ( $F_1$ ) im Nenner steht.

Die Driftgeschwindigkeit in  $Z$ -Richtung  $F_3$  ist proportional zu  $1/B$ ; da die Driftgeschwindigkeit bei den Verlusten quadratisch vorkommt, kürzt sich hier der Effekt des Magnetfeldes heraus und dieser Verlustanteil (3. Term in (33)) bleibt konstant, obwohl die Versetzung in  $Z$ -Richtung mit  $B$  anwächst (32).

Wir haben damit festgestellt, daß die in <sup>31</sup> abgeleitete Theorie im Rahmen ihrer Näherung von der verfeinerten Theorie bestätigt wird. Ferner stimmen die mit dieser Theorie berechneten transversalen elektrischen Felder in der Größenordnung mit den experimentellen Ergebnissen überein; die experimentell gemessenen Dichteversetzungen, die die wesentlichen Verluste erzeugen, sind sogar (in  $R$ -Richtung) noch kleiner, als es die Theorie voraussagt. Die experimentellen Verluste müßten also kleiner sein als die nach der Theorie berechneten. Für die in AMBIPOL I festgestellten anomal hohen Verluste sind deshalb als Erklärungsmöglichkeiten die Punkte 1. und 2. in 1.3 nicht mehr haltbar. Es muß einen Parameter im Plasma geben, der auf der Strecke zwischen Kathode und Anode einer Änderung unterliegt, die nicht davon abhängt, ob die Entladung gekrümmt oder linear verläuft.

Wir können die Existenz einer solchen kontinuierlichen Änderung bei Translation in  $z$ -Richtung testen, indem wir den Einsatzpunkt der K-Instabili-

tät ( $B_c$ ), der empfindlich mit den Verlusten gekoppelt ist, als Indikator verwenden. Nachdem wir experimentell festgestellt hatten, daß die Lichtemission der Entladung in grober Näherung eine monotone Funktion der longitudinalen elektrischen Feldstärke ist (vgl. auch <sup>42</sup>), haben wir je 3 Photoelemente in gleichen Abständen längs der Entladung an **L** und **T** aufgestellt (Abb. 12) und deren Photoströme auf die Y-Ablenkung eines Oszilloskopens gegeben, dessen X-Ablenkung ein Signal proportional zu  $B$  erhielt.

Wenn die Erniedrigung von  $B_c$  in **T** (Abb. 5) auf der toroidalen Krümmung beruht, müßte  $B_c$  für die Photoelemente 4, 5 und 6 gleich sein und unter dem  $B_c$  von 1, 2 und 3 liegen, die ihrerseits wieder übereinstimmen sollten (wie es in Abb. 12 skizziert ist). Ist jedoch die Änderung der longitudinalen elektrischen Feldstärke kontinuierlich zwischen Kathode und Anode, so sollte auch eine kontinuierliche  $B_c$ -Erniedrigung von 1 bis 6 erfolgen.

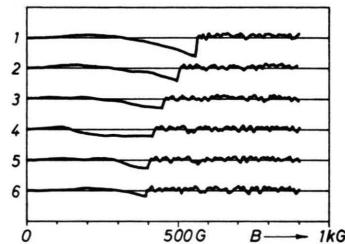


Abb. 13. Aufzeichnung der Photoströme in Abhängigkeit von  $B$ .

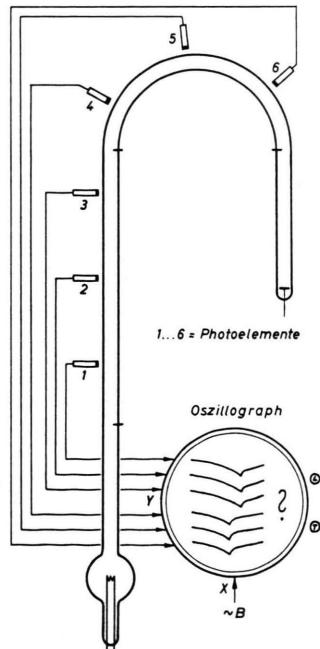


Abb. 12. Messung von  $B_c$  mittels Photoelementen.

Das Ergebnis des Experiments (Abb. 13) entschied für die letztere Möglichkeit. Ein Gradient im Neutralgasdruck parallel zum Entladungsrohr, der auch einen Einfluß auf  $B_c$  hätte, kann nicht der Grund für diesen Ausfall des Experiments sein, da wir in AMBIPOL II die Gaszuführung zwischen **L** und **T** angebracht hatten. Es bleibt nur noch eine Erklärung, die auch in <sup>31</sup> schon angedeutet wurde:

Durch die divergierenden Kraftlinien des Magnetfeldes an den Spulenenden werden die aus der Kathode ausgetretenen Elektronen zur Entladungsachse hin konzentriert (Abb. 14). Dadurch wird das Dichteprofil am kathodenseitigen Ende des Magnetfeldes etwas schärfer, als es die BESSEL-Funktion in Gl. (11) vorgibt (was sich entlang der Entladung bis zur Anode wieder ausgleicht). Das schärfere Profil hat niedrigere Dichtegradienten an der Wand und

<sup>42</sup> M. SATO, Sci. Rep. RITU, B-(Elect. Comm) 18, 61 [1966].

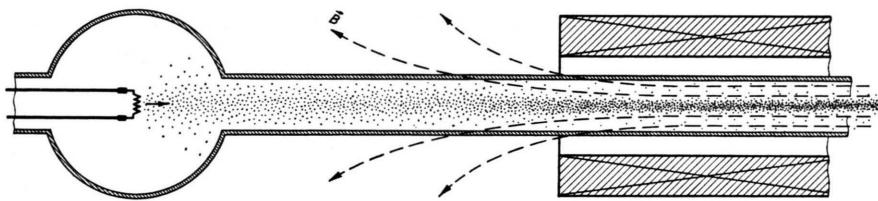


Abb. 14. Schematische Darstellung des Konzentrationseffektes.

damit geringere Verluste zur Folge; die daraus resultierende niedrigere elektrische Längsfeldstärke führt zu einem um so höheren  $B_c$ , je näher sich der Entladungsteil an der Kathode befindet. Die in Abb. 14 gezeigte Konzentrationswirkung ist auch optisch schwach erkennbar, vor allem bei niedrigen Gasdrucken.

Wie kann man nun eine Einwirkung dieses Konzentrationseffektes auf unsere Messungen verhindern? — Eine Möglichkeit wäre, die Kathode mit in das Magnetfeld einzubeziehen und den ganzen Rohrquerschnitt ausfüllen zu lassen. Es ist jedoch technisch sehr schwierig, die Emission auf einer derartig großen Kathodenoberfläche konstant zu halten. Ferner würden Verunreinigungen, die aus der heißen Kathode austreten, stärker zur Geltung kommen, während sie sonst durch das inhomogene Magnetfeld etwas abgeschirmt werden.

Da uns jedoch nicht die absolute Höhe der Verluste interessiert, sondern nur das Verhältnis der Verluste in **T** zu denen in **L**, können wir den Effekt der toroidalen Krümmung auf die Verluste auch da-

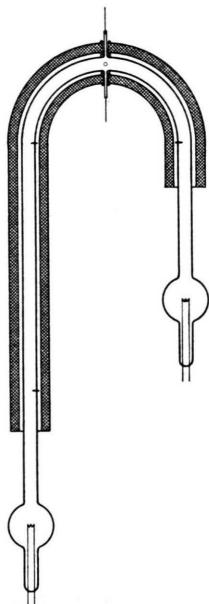


Abb. 15.  
Schema von  
AMBIPOL III.

durch präzise bestimmen, daß wir zwar den Konzentrationseffekt beibehalten, aber wechselweise an den beiden Enden der Entladung ansetzen und die Ergebnisse mitteln.

Wir haben also anstelle der Anode noch eine Kathode an die Entladung angesetzt (Abb. 15; diese Ausführung wird im weiteren AMBIPOL III genannt). Durch Betrieb in umgekehrter Richtung konnten wir uns zunächst sofort davon überzeugen, daß das Bild der Dichteprofilverschärfung und des langsamen Ausgleichs auf dem Weg zur Anode richtig ist (Abb. 16); das Profil bei Stromdurchgang in positiver  $z$ -Richtung ist breiter als im anderen Fall. Auch die Kurven **T** und **L** in Abb. 6 wechselten grob gesehen ihren Index, d.h. die Verluste in **T** lagen unter denen in **L**;  $B_{cT}$  war höher als  $B_{cL}$ .

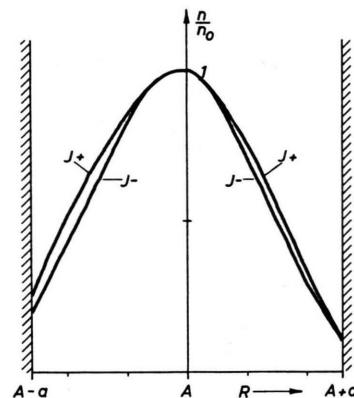


Abb. 16. Dichteprofil in AMBIPOL III zum Beweis des Konzentrationseffektes ( $\text{He}, p = 3 \cdot 10^{-2} \text{ Torr}, |J| = 0,5 \text{ A}, B = 200 \text{ G}$ ).

Man sieht, daß dieser Konzentrationseffekt — wenn er auch das Dichteprofil nur schwach beeinflußt — bei Präzisionsmessungen jedoch von entscheidender Bedeutung sein kann. Von allen Autoren, die die positive Säule im Magnetfeld untersucht haben, sind uns nur ADATI et al.<sup>22</sup> bekannt, die diesen Effekt an der zylindersymmetrischen positiven Säule ebenfalls beobachtet haben.

Um den wirklichen Einfluß der toroidalen Krümmung auf die Verluste zu messen, müssen wir die Ergebnisse der beiden Stromrichtungen mitteln. Wie wir diese Mittelung am besten elektronisch

durchführen und welche Konsequenzen sich aus den Meßresultaten für die Ladungsträgerverluste ergeben, ist im folgenden Teil II dargestellt.

## Das toroidale schwachionisierte Magnetoplasma II

F. KARGER

Institut für Plasmaphysik, Garching bei München

(Z. Naturforsch. **22 a**, 1904—1919 [1967]; eingegangen am 25. Juli 1967)

A special alternating field method was used to eliminate the influence of the concentration effect (described in Part I<sup>1</sup>) on the measurements of interest and to increase by more than an order of magnitude the critical magnetic field strength for the onset of the helical instability of the positive column. This made it possible to check in detail the theory — formulated in Parts I and II — of a stable, weakly ionized toroidal magnetoplasma (potential profile, density profile, charge carrier losses).

The theoretically predicted transverse electric field strength leading to the torus drift was observed, while the outward density displacement due to the torus drift did not occur. It was proved that the reason for this was an effect which results from a transverse gradient in the rate of ionization (grad  $\xi$  effect) and which causes a substantial reduction of the charge carrier losses. In the decaying plasma with vanishing longitudinal electric field, on the other hand, the outward density displacement was recorded in accordance with the theory.

The influence of the toroidal curvature on the magnetic field strength at which the helical instability sets in and on the turbulent state of the positive column was also investigated. It was also possible to verify the influence of the grad  $\xi$  effect on the helical oscillation.

The grad  $\xi$  effect may be important for the early heating phase in projected toroidal fusion machines with neutral gas stabilization.

### 3. Die stabile positive Säule im Wechselstrombetrieb

#### 3.1. Ladungsträgerverluste

Um die in Teil I<sup>1</sup> angekündigte elektronische Mittelung zwischen den beiden Zuständen — Kathode an **L** bzw. Kathode an **T** — zu erhalten, haben wir die Entladung mit einer Rechteck-Wechselspannung versorgt, deren negative und positive Halbwelle genau gleich lang gehalten wurden und deren Periode klein gegen die Zeiten ist, in denen die Feldstärke des äußeren Magnetfeldes bis zu ihrem Maximum ansteigt.

Schwierigkeiten bereitet in diesem Fall die automatische Regelung der Stromamplitude, die für die Registrierung der  $V_{\parallel}(B)$ -Kurven bei konstantem Strom nötig ist. In dem einzigen uns bekannten Fall, in dem die zylindersymmetrische positive Säule im Wechselstrombetrieb untersucht wurde<sup>2</sup>,

war ein Einweg-Zerhacker benutzt worden, der keine einfache automatische Stromkonstanthaltung zuließ. Wir haben deshalb für den Zerhacker eine Brückenschaltung entworfen, die eine Konstanthaltung des Stromes mit dem gleichen Regler und mit der gleichen Genauigkeit wie im Gleichstrombetrieb (vgl. 3) gestattete (Abb. 1)\*. Nicht sehr einfach war auch die Abschirmung des Reglers gegen die steilen Umschaltimpulse (ca. 1 A/ $\mu$ s) und die Zündung der Entladung; letztere wurde mit einem zusätzlichen 5 kV-Netzgerät vorgenommen (vgl. Abb. 1).

Anhand des Strom- und Spannungsoszillogramms (Abb. 2) der Entladung läßt sich die Konstanz des Stroms nachprüfen und außerdem die für die Anwendbarkeit unserer Theorie wichtige Beibehaltung der Quasistationarität der Entladung bestätigen. Die Umschaltzeit (ca. 1  $\mu$ s) hat praktisch keinen Einfluß auf den Zustand der Entladung, die jeweils

<sup>1</sup> F. KARGER, Z. Naturforsch. **22 a**, 1890 [1967], Teil I.

<sup>2</sup> H. F. RUGGE u. R. V. PYLE, Phys. Fluids **7**, 754 [1964] (ausführlich in: UCRL-Rep. 10698 [1963]).

<sup>3</sup> F. KARGER, Z. Naturforsch. **22 a**, 1039 [1967].

\* Für die Dimensionierung und den Bau des angegebenen Zerhakers bin ich Herrn MOUSTAFA dankbar<sup>4</sup>.

<sup>4</sup> K. MOUSTAFA, Techn. Ber. El. MPI Phys. Astro. 6-66-18.1 [1966].